

GEOMETRÍA VECTORIAL

Problemas propuestos.

1. Si ABC es un triángulo cualquiera L, M, N los puntos medios de sus lados, demostrar que para todo O se tiene

$$\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OL} + \vec{ON} + \vec{OM}$$

2. Considerar el tetraedro regular de vértices $O(0, 0, 0)$, $A(k, k, 0)$, $B(k, 0, k)$ y $C(0, k, k)$; $k > 0$.

- a) Dibujar la gráfica del tetraedro
- b) Hallar la longitud de cada arista.
- c) Hallar el área de cada cara
- d) Hallar su volumen
- e) Hallar el ángulo entre cada par de aristas.
- f) Hallar el ángulo entre el segmento de recta desde el centroide $(\frac{k}{2}, \frac{k}{2}, \frac{k}{2})$ a dos de los vértices.
- g) Demuestre que si dos pares de aristas opuestas son perpendiculares, las del tercer par también son perpendiculares.

3. Hallar las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por $(1, 0, 2)$ y es paralela al plano dado por $x + y + z = 5$ y perpendicular a la recta $x = t, y = z = 1 + t$.

4. Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares entre si, demostrar que el paralelogramo es un rombo.

5. Dado un triángulo OAB , se triseca el lado AB obteniéndose los puntos N y M . Por B se traza una paralela a OA , que es cortada en X e Y por las rectas OM y ON respectivamente. Eligiendo O como origen determine:

- a) Los vectores de posición X e Y en términos de los de A y B .
- b) En que razón divide X a BY , M a OX y N al trazo OY .

6. Demostrar

- a) $(a - b) \times (a + b) = 2a \times b$ y dar una interpretación geométrica

b) $(a + b) \cdot (b + c) \times (c + a) = 2 [a b c]$

7. Demostrar vectorialmente, en un tetraedro:

a) Que los trazos que unen los puntos medios de las aristas opuestas se dimidian

b) Que si, dos pares de aristas opuestas son perpendiculares las del tercer par tambien son perpendiculares y que la suma de los cuadrados de dos aristas opuestas es la misma para cada par